

Câu 1 (1,0 điểm). Biện luận theo tham số a hạng của ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & a \end{pmatrix}$

Câu 2 (1,5 điểm). Giải và biện luận hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_1 + mx_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

Câu 3 (2,0 điểm). Trong quá trình nén đẳng nhiệt của khí lý tưởng, hàm trạng thái nhiệt động $U(x, y)$ (nội năng) thỏa mãn phương trình vi phân:

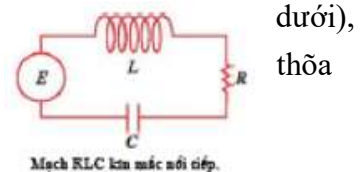
$$dU = (2xy + y^2 \cdot \cos x) dx + (kx^2 + 2y \sin x) dy = 0$$

Trong đó: x là thể tích (lít), y là áp suất (atmosphere), k là hằng số.

- Tìm k để phương trình trên là phương trình vi phân toàn phần.
- Với $k = 1$, hãy giải phương trình vi phân trên để xác định hàm trạng thái $U(x, y)$, biết rằng $U(1, 0) = 5$ (điều kiện ban đầu của quá trình).

Câu 4 (1.5 điểm). Trong một mạch điện nối tiếp RLC (hình bên điện tích $q(t)$ (coulomb) trên tụ điện tại thời điểm t (giây) thỏa mãn phương trình vi phân:

$$Lq''(t) + Rq'(t) + \frac{1}{C}q(t) = E(t)$$



Trong đó: $L = 2$ (henry), $R = 4$ (ohm), $C = 0,125$ (farad), $E(t) = 10\cos 2t$ (volt)

Tìm điện tích $q(t)$ trong mạch tại thời điểm t , biết $q(0) = 1$ coulomb và $i(0) = q'(0) = 2$ amper.

Câu 5 (2.5 điểm).

- Dùng phép biến đổi Laplace, giải bài toán giá trị đầu

$$y'' + 3y' + 2y = 1, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

b. Tìm biến đổi Laplace hàm số

$$f(t) = e^{-3t} \sin(5t) + \int_0^t e^{-2u} \cdot \cos(3u) du$$

Câu 6 (1,5 điểm). Nồng độ $C(t)$ (mg/m^3) của một chất ô nhiễm trong không khí tại thời điểm t (giờ) là nghiệm của phương trình vi phân:

$$\frac{dC}{dt} = -0,1C + 2e^{-0,05t}$$

Biết rằng nồng độ ban đầu tại thời điểm $t = 0$ là $C(0) = 5 \text{ mg/m}^3$, dùng phương pháp Euler với bước nhảy $h = 0,5$ (giờ) tính gần đúng nồng độ chất ô nhiễm tại thời điểm $t = 2$ (giờ).

Lưu ý: Sinh viên cần trình bày công thức của phương pháp (công thức vòng lặp $C(t_{n+1}) \approx C_{n+1} = \dots$) và bảng giá trị với các kết quả được làm tròn đến 4 chữ số thập phân.

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
CLO 1: Áp dụng được các tính chất cơ bản của ma trận và định thức; tính được hạng của ma trận; giải được hệ phương trình tuyến tính	Câu 1, 2
CLO 2: Áp dụng được các phương pháp giải phương trình hay hệ phương trình vi phân bậc 1 hoặc bậc cao	Câu 3, 4, 5
CLO 3: Áp dụng được định nghĩa và các tính chất để tìm biến đổi Laplace, Laplace ngược.	Câu 5
CLO 4: Lập được phương trình vi phân hoặc hệ phương trình vi phân để giải bài toán trong kỹ thuật	Câu 4

Ngày 20 tháng 6 năm 2026

Trưởng bộ môn

Phạm Văn Hiến